

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

3 марта 2016 года

Вариант МА10409

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

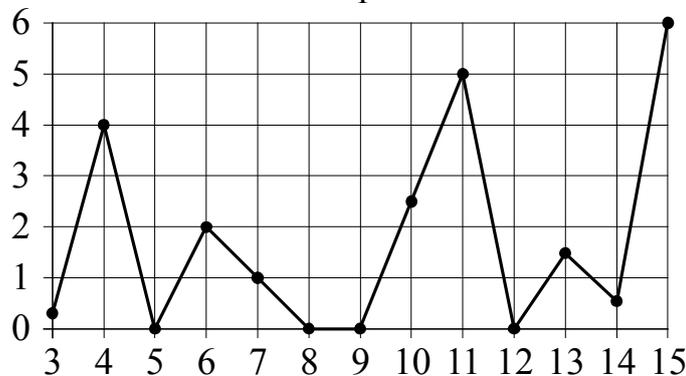
Часть 1

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 3500 рублей. До установки счётчиков за воду платили 1700 рублей ежемесячно. После установки счётчиков ежемесячная оплата воды стала составлять 1100 рублей. Через какое наименьшее количество месяцев экономия по оплате воды превысит затраты на установку счётчиков, если тарифы на воду не изменятся?

Ответ: _____.

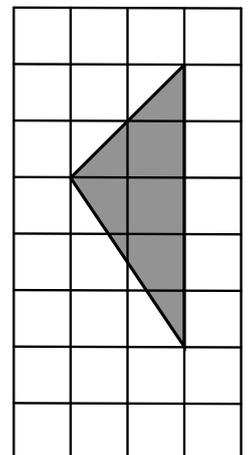
- 2** На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Казани с 3 по 15 февраля 1909 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода выпадало не менее 3 миллиметров осадков.



Ответ: _____.

- 3** Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рисунок). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

Ответ: _____.



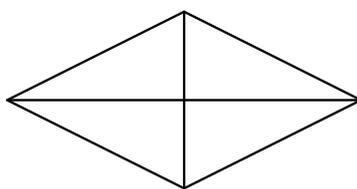
- 4 На олимпиаде по физике 450 участников разместили в трёх аудиториях. В первых двух удалось разместить по 180 человек, оставшихся перевели в запасную аудиторию в другом корпусе. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $\frac{1}{2x+5} = \frac{1}{3x-5}$.

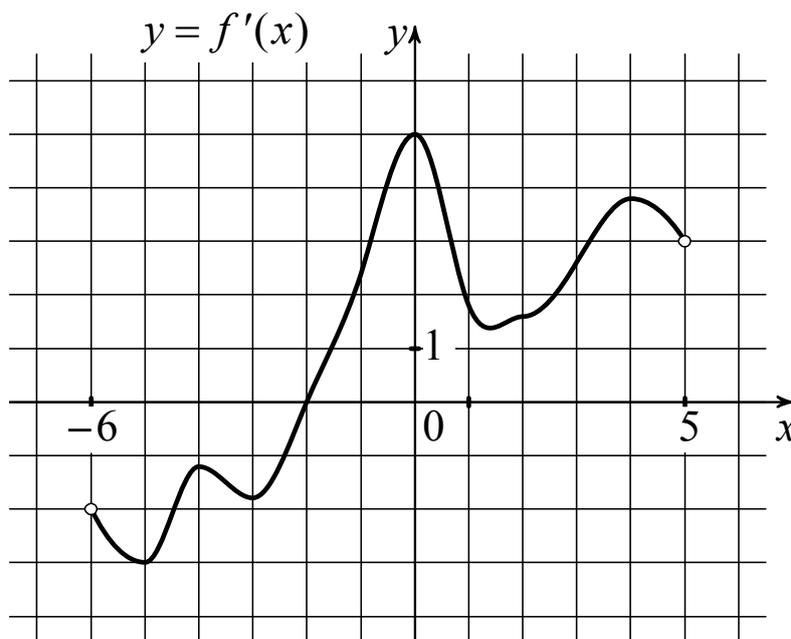
Ответ: _____.

- 6 Площадь ромба равна 52. Одна из его диагоналей равна 4. Найдите другую диагональ.



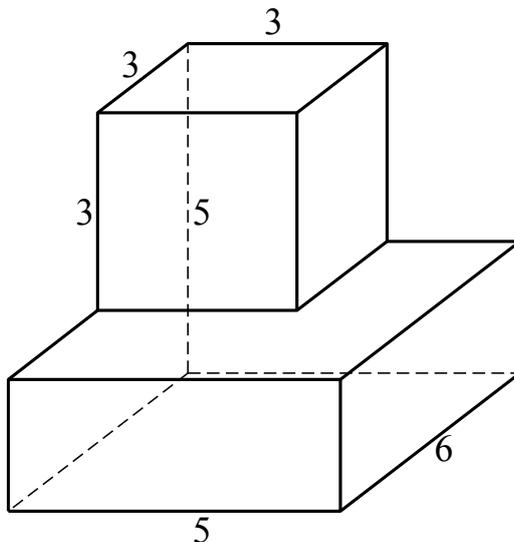
Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-6; 5)$. В какой точке отрезка $[-1; 3]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?



Ответ: _____.

- 8 Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы прямые).



Ответ: _____.

Часть 2

- 9 Найдите значение выражения $\frac{18(\sin^2 24^\circ - \cos^2 24^\circ)}{\cos 48^\circ}$.

Ответ: _____.

- 10 К источнику с ЭДС $\varepsilon = 55$ В и внутренним сопротивлением $r = 0,5$ Ом хотят подключить нагрузку с сопротивлением R Ом. Напряжение на этой нагрузке, выражаемое в вольтах, задаётся формулой $U = \frac{\varepsilon R}{R + r}$. При каком значении сопротивления нагрузки напряжение на ней будет равно 50 В? Ответ выразите в омах.

Ответ: _____.

- 11 На изготовление 780 деталей первый рабочий тратит на 4 часа меньше, чем второй рабочий на изготовление 840 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 2 детали больше, чем второй. Сколько деталей за час делает первый рабочий?

Ответ: _____.

12

Найдите наименьшее значение функции $y = 15x - 6\sin x + 8$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $\frac{5\sin^2 x - 3\sin x}{5\cos x + 4} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

14

Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, все рёбра которой равны 4. Через точки A , C_1 и середину T ребра A_1B_1 проведена плоскость.

а) Докажите, что сечение призмы указанной плоскостью является прямоугольным треугольником.

б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью ABC .

15

Решите неравенство

$$\log_{\frac{\sqrt{2}+\sqrt{13}}{5}} 4 \geq \log_{\frac{\sqrt{2}+\sqrt{13}}{5}} (5 - 2^x).$$

16

Стороны KN и LM трапеции $KLMN$ параллельны, прямые LM и MN — касательные к окружности, описанной около треугольника KLN .

а) Докажите, что треугольники LMN и KLN подобны.

б) Найдите площадь треугольника KLN , если известно, что $KN = 3$, а $\angle LMN = 120^\circ$.

17 По бизнес-плану предполагается вложить в четырёхлетний проект 10 млн рублей. По итогам каждого года планируется прирост вложенных средств на 15 % по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: **целое** число n млн рублей в первый и второй годы, а также **целое** число m млн рублей в третий и четвёртый годы. Найдите наименьшие значения n и m , при которых первоначальные вложения за два года как минимум удвоятся, а за четыре года как минимум утраются.

18 Найдите все значения параметра b , при каждом из которых уравнение

$$x^3 + 2x^2 - x \log_2(b-1) + 4 = 0$$

имеет единственное решение на отрезке $[-1; 2]$.

19 Бесконечная арифметическая прогрессия $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ состоит из различных натуральных чисел.

а) Существует ли такая прогрессия, в которой среди чисел a_1, a_2, \dots, a_7 ровно три числа делятся на 100?

б) Существует ли такая прогрессия, в которой среди чисел a_1, a_2, \dots, a_{49} ровно 11 чисел делятся на 100?

в) Для какого наибольшего натурального n могло оказаться так, что среди чисел a_1, a_2, \dots, a_{2n} больше кратных 100, чем среди чисел $a_{2n+1}, a_{2n+2}, \dots, a_{5n}$?

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

3 марта 2016 года

Вариант МА10410

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

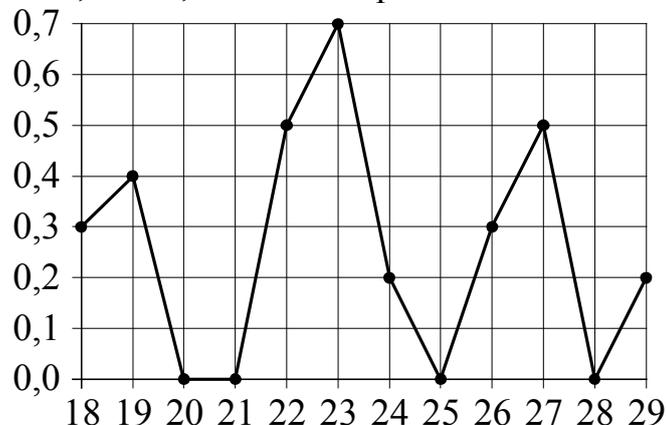
Часть 1

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 2500 рублей. До установки счётчиков за воду платили 800 рублей ежемесячно. После установки счётчиков ежемесячная оплата воды стала составлять 600 рублей. Через какое наименьшее количество месяцев экономия по оплате воды превысит затраты на установку счётчиков, если тарифы на воду не изменятся?

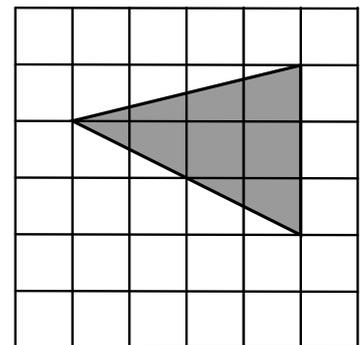
Ответ: _____.

- 2** На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Якутске с 18 по 29 октября 1986 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода выпадало от 0,1 до 0,6 миллиметров осадков.



Ответ: _____.

- 3** Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рисунок). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: _____.

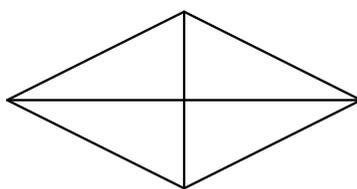
- 4 На олимпиаде по истории 400 участников разместили в трёх аудиториях. В первых двух удалось разместить по 150 человек, оставшихся перевели в запасную аудиторию в другом корпусе. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $\frac{1}{7x-15} = \frac{1}{4x+3}$.

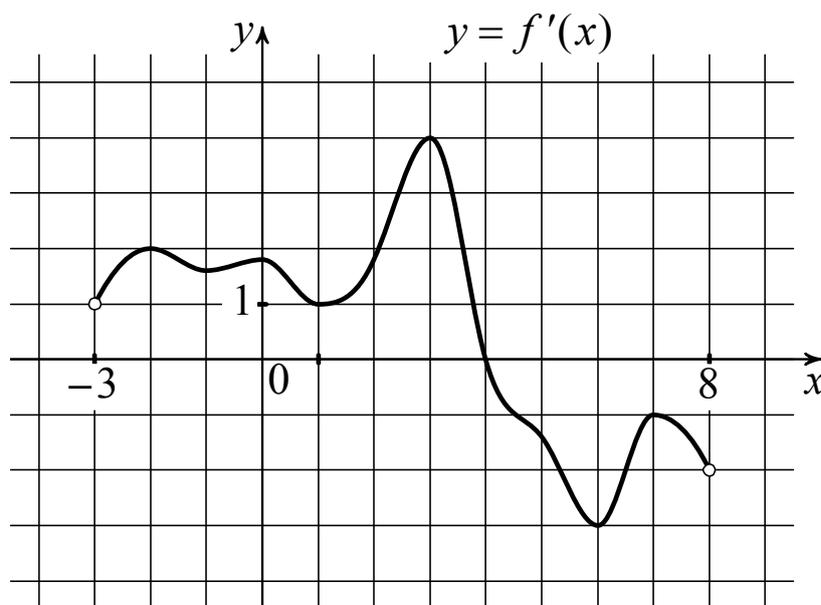
Ответ: _____.

- 6 Площадь ромба равна 27. Одна из его диагоналей равна 6. Найдите другую диагональ.



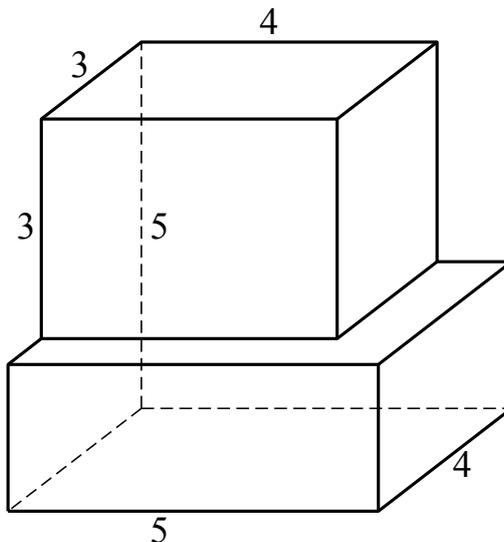
Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-3; 8)$. В какой точке отрезка $[-2; 4]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?



Ответ: _____.

- 8 Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы прямые).



Ответ: _____.

Часть 2

- 9 Найдите значение выражения $\frac{7(\sin^2 11^\circ - \cos^2 11^\circ)}{\cos 22^\circ}$.

Ответ: _____.

- 10 К источнику с ЭДС $\varepsilon = 130$ В и внутренним сопротивлением $r = 1$ Ом хотят подключить нагрузку с сопротивлением R Ом. Напряжение на этой нагрузке, выражаемое в вольтах, задаётся формулой $U = \frac{\varepsilon R}{R + r}$. При каком значении сопротивления нагрузки напряжение на ней будет равно 120 В? Ответ выразите в омах.

Ответ: _____.

- 11 На изготовление 575 деталей первый рабочий тратит на 2 часа меньше, чем второй рабочий на изготовление 600 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 1 деталь больше, чем второй. Сколько деталей за час делает первый рабочий?

Ответ: _____.

- 12** Найдите наименьшее значение функции $y = 16x - 6\sin x + 6$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13** а) Решите уравнение $\frac{13\sin^2 x - 5\sin x}{13\cos x + 12} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

- 14** Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, все рёбра которой равны 6. Через точки A , C_1 и середину T ребра A_1B_1 проведена плоскость.

- а) Докажите, что сечение призмы указанной плоскостью является прямоугольным треугольником.
б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью ABC .

- 15** Решите неравенство

$$\log_{\frac{\sqrt{3}+\sqrt{19}}{6}} 5 \geq \log_{\frac{\sqrt{3}+\sqrt{19}}{6}} (7 - 2^x).$$

- 16** Стороны KN и LM трапеции $KLMN$ параллельны, прямые LM и MN — касательные к окружности, описанной около треугольника KLN .

- а) Докажите, что треугольники LMN и KLN подобны.
б) Найдите площадь треугольника KLN , если известно, что $KN = 6$, а $\angle LMN = 120^\circ$.

17 По бизнес-плану предполагается вложить в четырёхлетний проект 20 млн рублей. По итогам каждого года планируется прирост вложенных средств на 13 % по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: **целое** число n млн рублей в первый и второй годы, а также **целое** число m млн рублей в третий и четвёртый годы. Найдите наименьшие значения n и m , при которых первоначальные вложения за два года как минимум удвоятся, а за четыре года как минимум утраются.

18 Найдите все значения параметра b , при каждом из которых уравнение

$$x^3 + 4x^2 - x \log_2(b - 3) + 6 = 0$$

имеет единственное решение на отрезке $[-2; 2]$.

19 Бесконечная арифметическая прогрессия $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ состоит из различных натуральных чисел.

а) Существует ли такая прогрессия, в которой среди чисел a_1, a_2, \dots, a_7 ровно три числа делятся на 36?

б) Существует ли такая прогрессия, в которой среди чисел a_1, a_2, \dots, a_{30} ровно 9 чисел делятся на 36?

в) Для какого наибольшего натурального n могло оказаться так, что среди чисел a_1, a_2, \dots, a_{2n} больше кратных 36, чем среди чисел $a_{2n+1}, a_{2n+2}, \dots, a_{5n}$?

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

3 марта 2016 года

Вариант МА10411

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

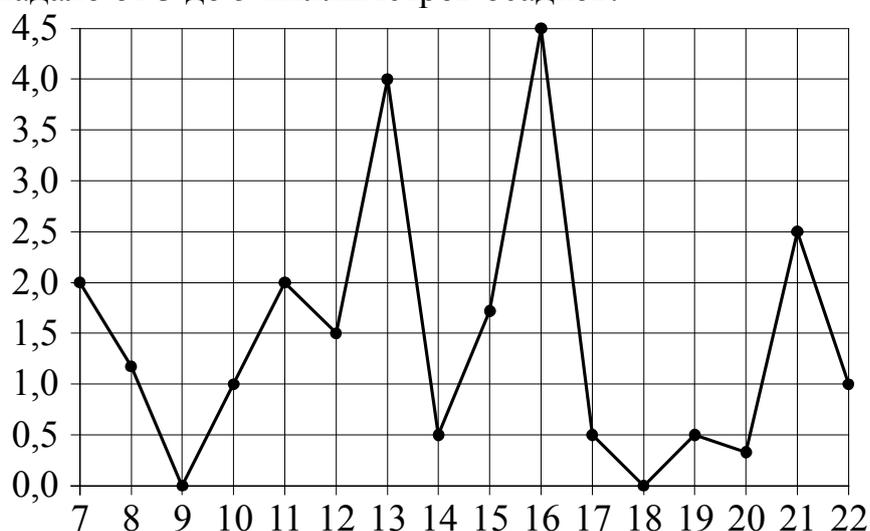
Часть 1

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1 Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 3900 рублей. До установки счётчиков за воду платили 1000 рублей ежемесячно. После установки счётчиков ежемесячная оплата воды стала составлять 800 рублей. Через какое наименьшее количество месяцев экономия по оплате воды превысит затраты на установку счётчиков, если тарифы на воду не изменятся?

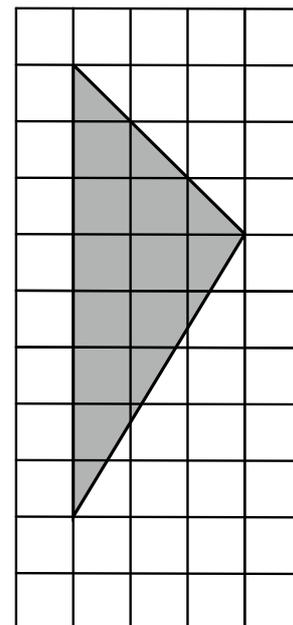
Ответ: _____.

- 2 На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Мурманске с 7 по 22 ноября 1995 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода выпадало от 3 до 5 миллиметров осадков.



Ответ: _____.

- 3** Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ (см. рисунок). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: _____.

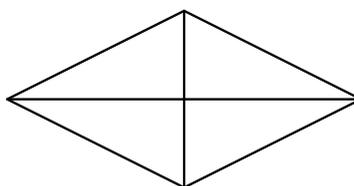
- 4** На олимпиаде по математике 400 участников разместили в трёх аудиториях. В первых двух удалось разместить по 180 человек, оставшихся перевели в запасную аудиторию в другом корпусе. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

Ответ: _____.

- 5** Найдите корень уравнения $\frac{1}{7x+16} = \frac{1}{8x+11}$.

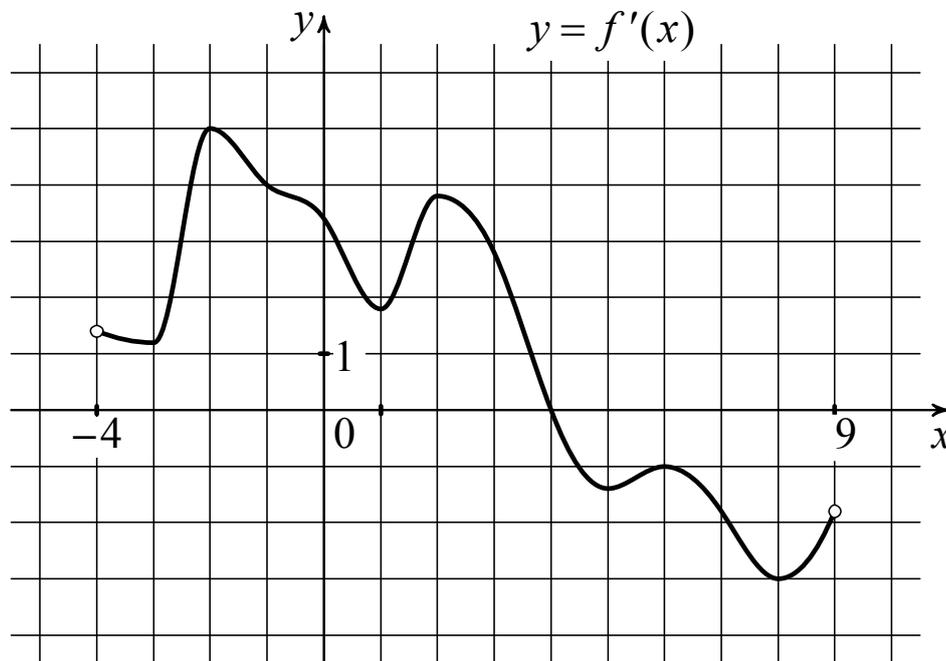
Ответ: _____.

- 6** Площадь ромба равна 63. Одна из его диагоналей равна 6. Найдите другую диагональ.



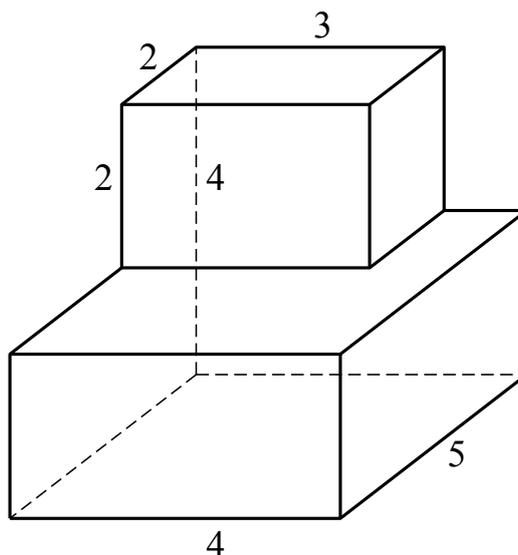
Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-4; 9)$. В какой точке отрезка $[-3; 1]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?



Ответ: _____.

- 8 Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы прямые).



Ответ: _____.

Часть 2**9**

Найдите значение выражения $\frac{15(\sin^2 69^\circ - \cos^2 69^\circ)}{\cos 138^\circ}$.

Ответ: _____.

10

К источнику с ЭДС $\varepsilon = 115$ В и внутренним сопротивлением $r = 0,6$ Ом хотят подключить нагрузку с сопротивлением R Ом. Напряжение на этой нагрузке, выражаемое в вольтах, задаётся формулой $U = \frac{\varepsilon R}{R + r}$. При каком значении сопротивления нагрузки напряжение на ней будет равно 100 В? Ответ выразите в омах.

Ответ: _____.

11

На изготовление 399 деталей первый рабочий тратит на 2 часа меньше, чем второй рабочий на изготовление 420 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 1 деталь больше, чем второй. Сколько деталей за час делает первый рабочий?

Ответ: _____.

12

Найдите наименьшее значение функции $y = 15x - 7\sin x + 3$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $\frac{5\sin^2 x - 3\sin x}{5\cos x + 4} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

14 Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, все рёбра которой равны 4. Через точки A , C_1 и середину T ребра A_1B_1 проведена плоскость.

а) Докажите, что сечение призмы указанной плоскостью является прямоугольным треугольником.

б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью ABC .

15 Решите неравенство

$$\log_{\frac{\sqrt{2}+\sqrt{13}}{5}} 4 \geq \log_{\frac{\sqrt{2}+\sqrt{13}}{5}} (5 - 2^x).$$

16 Стороны KN и LM трапеции $KLMN$ параллельны, прямые LM и MN — касательные к окружности, описанной около треугольника KLN .

а) Докажите, что треугольники LMN и KLN подобны.

б) Найдите площадь треугольника KLN , если известно, что $KN = 3$, а $\angle LMN = 120^\circ$.

17 По бизнес-плану предполагается вложить в четырёхлетний проект 10 млн рублей. По итогам каждого года планируется прирост вложенных средств на 15 % по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: **целое** число n млн рублей в первый и второй годы, а также **целое** число m млн рублей в третий и четвёртый годы. Найдите наименьшие значения n и m , при которых первоначальные вложения за два года как минимум удвоятся, а за четыре года как минимум утраются.

18 Найдите все значения параметра b , при каждом из которых уравнение

$$x^3 + 2x^2 - x \log_2(b-1) + 4 = 0$$

имеет единственное решение на отрезке $[-1; 2]$.

19 Бесконечная арифметическая прогрессия $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ состоит из различных натуральных чисел.

а) Существует ли такая прогрессия, в которой среди чисел a_1, a_2, \dots, a_7 ровно три числа делятся на 100?

б) Существует ли такая прогрессия, в которой среди чисел a_1, a_2, \dots, a_{49} ровно 11 чисел делятся на 100?

в) Для какого наибольшего натурального n могло оказаться так, что среди чисел a_1, a_2, \dots, a_{2n} больше кратных 100, чем среди чисел $a_{2n+1}, a_{2n+2}, \dots, a_{5n}$?

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

3 марта 2016 года

Вариант МА10412

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

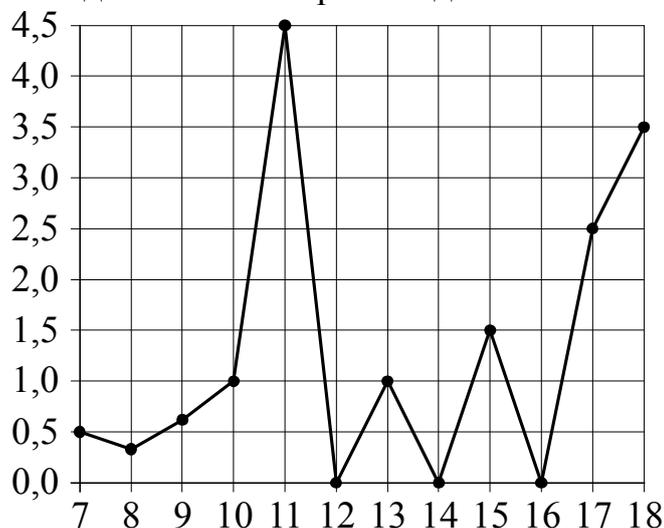
Часть 1

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 2400 рублей. До установки счётчиков за воду платили 1800 рублей ежемесячно. После установки счётчиков ежемесячная оплата воды стала составлять 1300 рублей. Через какое наименьшее количество месяцев экономия по оплате воды превысит затраты на установку счётчиков, если тарифы на воду не изменятся?

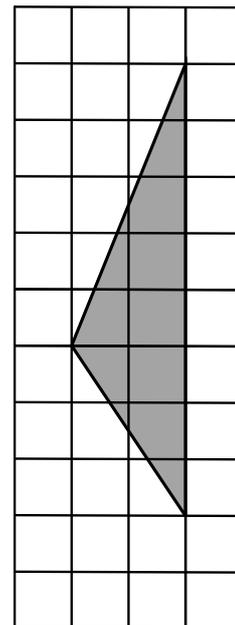
Ответ: _____.

- 2** На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Элисте с 7 по 18 декабря 2001 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода выпадало от 2 до 3 миллиметров осадков.



Ответ: _____.

- 3 Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ (см. рисунок). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: _____.

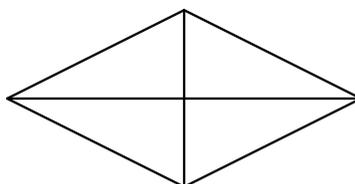
- 4 На олимпиаде по физике 400 участников разместили в трёх аудиториях. В первых двух удалось разместить по 170 человек, оставшихся перевели в запасную аудиторию в другом корпусе. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $\frac{1}{5x+6} = \frac{1}{6x-3}$.

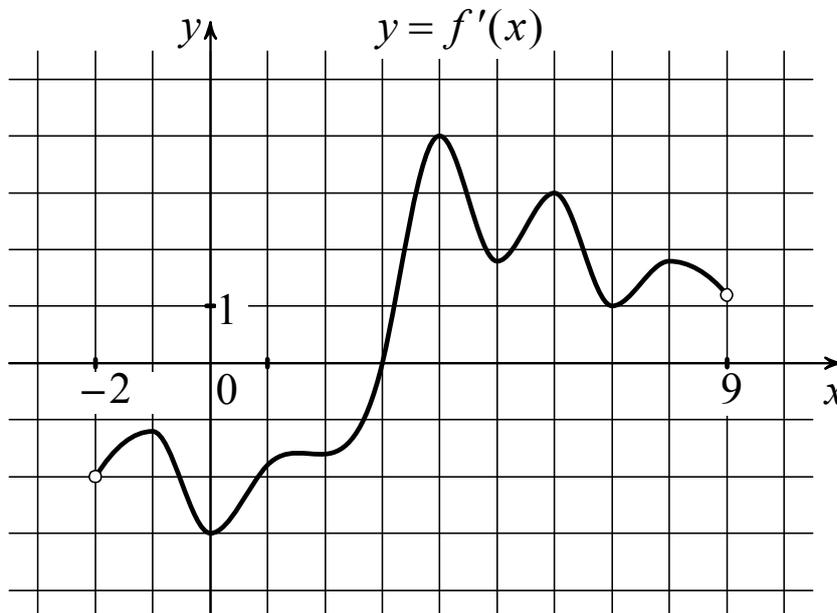
Ответ: _____.

- 6 Площадь ромба равна 68. Одна из его диагоналей равна 4. Найдите другую диагональ.



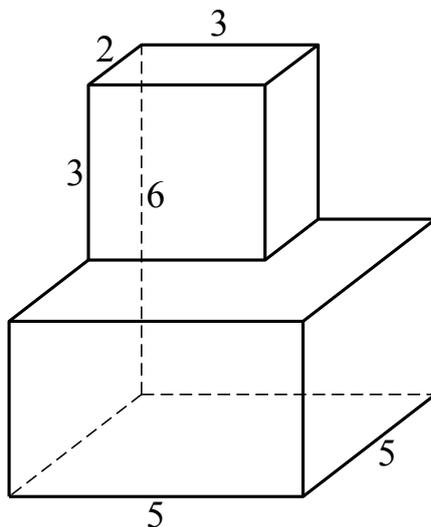
Ответ: _____.

- 7** На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-2; 9)$. В какой точке отрезка $[3; 8]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?



Ответ: _____.

- 8** Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы прямые).



Ответ: _____.

Часть 2**9**

Найдите значение выражения $\frac{23(\sin^2 88^\circ - \cos^2 88^\circ)}{\cos 176^\circ}$.

Ответ: _____.

10

К источнику с ЭДС $\varepsilon = 65$ В и внутренним сопротивлением $r = 0,5$ Ом хотят подключить нагрузку с сопротивлением R Ом. Напряжение на этой нагрузке, выражаемое в вольтах, задаётся формулой $U = \frac{\varepsilon R}{R + r}$. При каком значении сопротивления нагрузки напряжение на ней будет равно 60 В? Ответ выразите в омах.

Ответ: _____.

11

На изготовление 832 деталей первый рабочий тратит на 6 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 928 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 3 детали больше, чем второй. Сколько деталей за час делает первый рабочий?

Ответ: _____.

12

Найдите наименьшее значение функции $y = 17x - 7\sin x + 4$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $\frac{13\sin^2 x - 5\sin x}{13\cos x + 12} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

14 Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, все рёбра которой равны 6. Через точки A , C_1 и середину T ребра A_1B_1 проведена плоскость.

а) Докажите, что сечение призмы указанной плоскостью является прямоугольным треугольником.

б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью ABC .

15 Решите неравенство

$$\log_{\frac{\sqrt{3}+\sqrt{19}}{6}} 5 \geq \log_{\frac{\sqrt{3}+\sqrt{19}}{6}} (7-2^x).$$

16 Стороны KN и LM трапеции $KLMN$ параллельны, прямые LM и MN — касательные к окружности, описанной около треугольника KLN .

а) Докажите, что треугольники LMN и KLN подобны.

б) Найдите площадь треугольника KLN , если известно, что $KN=6$, а $\angle LMN=120^\circ$.

17 По бизнес-плану предполагается вложить в четырёхлетний проект 20 млн рублей. По итогам каждого года планируется прирост вложенных средств на 13 % по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: **целое** число n млн рублей в первый и второй годы, а также **целое** число m млн рублей в третий и четвёртый годы. Найдите наименьшие значения n и m , при которых первоначальные вложения за два года как минимум удвоятся, а за четыре года как минимум утроятся.

18 Найдите все значения параметра b , при каждом из которых уравнение

$$x^3 + 4x^2 - x \log_2(b-3) + 6 = 0$$

имеет единственное решение на отрезке $[-2; 2]$.

19 Бесконечная арифметическая прогрессия $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ состоит из различных натуральных чисел.

а) Существует ли такая прогрессия, в которой среди чисел a_1, a_2, \dots, a_7 ровно три числа делятся на 36?

б) Существует ли такая прогрессия, в которой среди чисел a_1, a_2, \dots, a_{30} ровно 9 чисел делятся на 36?

в) Для какого наибольшего натурального n могло оказаться так, что среди чисел a_1, a_2, \dots, a_{2n} больше кратных 36, чем среди чисел $a_{2n+1}, a_{2n+2}, \dots, a_{5n}$?